**ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ**

Запишем уравнения, связывающие расстояние между *i*-м спутником и приёмником со временем распространения сигнала от *i*-го спутника до приёмника:

 (1)

где *x*, *y*, *z* – координаты приёмника; *xs*(*i*), *ys*(*i*), *zs*(*i*) – координаты *i*-го спутника 0 ≤ *i* ≤ *S* – 1; (*T*0 + *T*(*i*)) – время распространения сигнала от *i*-го спутника до приёмника; *c* – скорость света. Неизвестными являются координаты приёмника *x*, *y*, *z* и общая составляющая времени распространения сигнала до приёмника *T*0.

Продифференцируем уравнения (1):

 (2)

Запишем (2) в матричной форме:

 (3)

где

 (4)

 (5)

 (6)

Опишем итерационный процесс решения навигационной задачи, т.е. поиска значений *x*, *y*, *z* и *T*0, методом градиентного спуска. Чтобы отличать значения переменных на разных итерациях, добавим ко всем переменным параметр *j* – номер итерации:











*T*(*i*) – это наблюдаемые из анализа сигнала значения, т.е. те значения, к которым мы стремимся в ходе решения навигационной задачи, поэтому к ним параметр *j* не добавляется. *T*(*i*, *j*) – значения, вычисляемые согласно (1), и при успешном решении навигационной задачи

 (7)

**ИНИЦИАЛИЗАЦИЯ**

Первым этапом является инициализация, в ходе которой вычисляются начальные значения *xs*(*i*, 0), *ys*(*i*, 0), *zs*(*i*, 0), *x*(0), *y*(0), *z*(0), *T*0(0) и уточняются значения *T*(*i*).

В качестве начального значения общей составляющей времени распространения сигнала до приёмника *T*0(0) обычно выбирается минимальное время распространения сигнала от спутника до приёмника – 68 мс.

Выполним расчёт координат спутников. Входными данными для расчёта координат каждого спутника являются: эфемериды спутника, значение времени излучения сигнала *t*GPS(*i*) и время распространения сигнала (*T*0 + *T*(*i*)) до приёмника. Кроме значений координат *xs*(*i*, 0), *ys*(*i*, 0), *zs*(*i*, 0) побочным продуктом расчёта является уточнённое время излучения сигнала

*t*GPS(*i*) = *t*GPS(*i*) – Δ*t*(*i*) (8)

и, соответственно, уточнённое значение времени распространения сигнала

(*T*0 + *T*(*i*)) = (*T*0 + *T*(*i*)) + Δ*t*(*i*) (9)

(сигнал испускается раньше на Δ*t*(*i*), поэтому время распространения оказывается больше на Δ*t*(*i*)) при этом, учитывая, что значение *T*0 – общее для всех спутников, изменяем *T*(*i*):

*T*(*i*) = *T*(*i*) + Δ*t*(*i*). (10)

По значениям координат *xs*(*i*, 0), *ys*(*i*, 0), *zs*(*i*, 0) определим начальные координаты приёмника. Действовать можно, например, так. Рассмотрим усреднённые спутниковые координаты

 (11)

Найдём точку пересечения линии, проходящей через центр Земли и точку (*xm*, *ym*, *zm*), и шара с радиусом Земли. Каноническое уравнение прямой в пространстве, проходящей через две точки имеет вид:

 (12)

В нашем случае, получаем

 (13)

Уравнение сферы с радиусом *R*

 (14)

Решим систему

 (15)

Для этого из первой строки выразим *x* и *y* через *z* и подставим во вторую строку:

 (16)

Далее имеем

 (17)

После обратной подстановки получаем два решения:

 (18)

Выбор одного из двух решений производится по принципу минимального расстояния до точки (*xm*, *ym*, *zm*).

**ОДИН ШАГ ИТЕРАЦИЙ**

На каждой *j*-ой итерации, *j* ≥ 0, необходимо выполнять следующие действия.

1. Используя значения *xs*(*i*, *j*), *ys*(*i*, *j*), *zs*(*i*, *j*), *x*(*j*), *y*(*j*), *z*(*j*), *T*0(*j*), вычислим текущие оценки значений задержек распространения сигналов согласно (1)

 (19)

2. Вычислим значения матрицы **B**(*j*):

 (20)

3. Вычислим значения матрицы **A**(*j*):

 (21)

4. Вычислим значения матрицы **X**(*j*):

 (22)

где **A**–1 – обратная матрица, если *S* = 4, и псевдообратная матрица, если *S* > 4.

5. Если текущее значение оценки отклонения от истинного решения меньше порога

 (23)

где *r* – приемлемое значение точности, например, 1 см, то в качестве решения навигационной задачи принимаются значения *x*(*j*), *y*(*j*), *z*(*j*), *T*0(*j*), иначе на основании значений **X** обновим значения искомых величин:

 (24)

и на основании нового значения *T*0(*j* + 1) обновим координаты спутников *xs*(*i*, *j*+ 1), *ys*(*i*, *j*+ 1), *zs*(*i*, *j*+ 1), т.е. учтём изменение поворота системы координат. Далее перейдём к пункту 1.